

22-23

GRADO EN MATEMÁTICAS
TERCER CURSO

GUÍA DE ESTUDIO PÚBLICA



INTRODUCCIÓN A LAS ECUACIONES DIFERENCIALES

CÓDIGO 61023021

UNED

22-23

INTRODUCCIÓN A LAS ECUACIONES
DIFERENCIALES
CÓDIGO 61023021

ÍNDICE

PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN
REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR LA
ASIGNATURA
EQUIPO DOCENTE
HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE
TUTORIZACIÓN EN CENTROS ASOCIADOS
COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE
RESULTADOS DE APRENDIZAJE
CONTENIDOS
METODOLOGÍA
SISTEMA DE EVALUACIÓN
BIBLIOGRAFÍA BÁSICA
BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA
RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA

Nombre de la asignatura	INTRODUCCIÓN A LAS ECUACIONES DIFERENCIALES
Código	61023021
Curso académico	2022/2023
Departamento	MATEMÁTICAS FUNDAMENTALES
Título en que se imparte	GRADO EN MATEMÁTICAS
Curso	TERCER CURSO
Periodo	SEMESTRE 1
Tipo	OBLIGATORIAS
Nº ETCS	6
Horas	150.0
Idiomas en que se imparte	CASTELLANO

PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN

El objetivo general de la asignatura es presentar las nociones básicas de las ecuaciones diferenciales ordinarias, junto con su conexión y aplicaciones a otras ramas de las Matemáticas y de otras Ciencias.

Créditos ECTS: 6. Asignatura semestral. Primer semestre del tercer curso.

Las ecuaciones diferenciales forman, por una parte, una de las grandes subramas del Análisis matemático; con importantes contactos con otras ramas de las Matemáticas, como la Geometría diferencial, la Teoría de variable compleja, la Optimización y el Cálculo de variaciones. Por otro lado, las ecuaciones diferenciales son una herramienta omnipresente en Física e Ingeniería desde que Galileo y Newton fundaron la Física moderna. En la actualidad también tienen aplicaciones relevantes en Química, Biología y Ciencias sociales. Las ecuaciones *lineales* son importantes (en Matemáticas, Física e Ingeniería), debido a que, o bien corresponden con la naturaleza de los problemas, o bien constituyen una primera aproximación a modelos no lineales. En los últimos 100 años han ido desarrollándose poco a poco modelos no lineales de ecuaciones diferenciales ordinarias, apoyándose primero en el análisis cualitativo y después también en los ordenadores y los programas informáticos de cálculo científico. No obstante, los modelos lineales siguen siendo fundamentales: 1) porque en muchos campos proporcionan un cuerpo de doctrina básico o al menos una firme orientación, y 2) porque la linealización es uno de los instrumentos para estudiar los problemas no lineales.

Esta asignatura es indispensable para cursar y entender la asignatura del segundo semestre "Análisis de Fourier y Ecuaciones en Derivadas Parciales".

REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR LA ASIGNATURA

Se requieren conocimientos básicos en Geometría euclídea, Álgebra lineal y Análisis Matemático de una y varias variables reales. De hecho, el Análisis Matemático de una variable se debe dominar ampliamente.

EQUIPO DOCENTE

Nombre y Apellidos	FIDEL JOSE FERNANDEZ Y FERNANDEZ-ARROYO (Coordinador de asignatura)
Correo Electrónico	ffernan@mat.uned.es
Teléfono	91398-7226
Facultad	FACULTAD DE CIENCIAS
Departamento	MATEMÁTICAS FUNDAMENTALES

HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE

Equipo docente de la asignatura:

Fidel José Fernández y Fernández-Arroyo

Despacho 2.94

Departamento de Matemáticas Fundamentales

Facultad de Ciencias de la UNED

c/ Juan del Rosal, 14 (En la Facultad de Psicología)

28040 Madrid

Horario de atención al alumno:

Miércoles lectivos de 16:00 a 20:00.

Teléfono: 91-3987226

Correo electrónico:

ffernan@mat.uned.es

(Es preferible utilizar el correo electrónico del curso virtual, o el foro, o el teléfono).

La tutorización y seguimiento se llevará a cabo en las guardias (para las cuales, el horario es el antes indicado), y también en el foro de la asignatura del curso virtual. En este foro, las preguntas y respuestas son visibles para todos los compañeros, y también se da la oportunidad de que todos participen en los debates o conversaciones.

TUTORIZACIÓN EN CENTROS ASOCIADOS

COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE

CE1 - Razonamiento crítico, capacidad de evaluar trabajos propios y ajenos

CEA2 - Capacidad para tratar problemas matemáticos desde diferentes planteamientos y su formulación correcta en lenguaje matemático, de manera que faciliten su análisis y resolución. Se incluye en esta competencia la representación gráfica y la aproximación geométrica

CEA4 - Habilidad para detectar inconsistencias de razonamiento ya sea de forma teórica o práctica mediante la búsqueda de contraejemplos

CEA7 - Habilidad para presentar el razonamiento matemático y sus conclusiones de manera clara y precisa, de forma apropiada a la audiencia a la que se dirige, tanto en la forma oral como escrita

CEA8 - Capacidad de relacionar distintas áreas de las matemáticas

CED1 - Comprensión de los conceptos básicos y familiaridad con los elementos fundamentales para el estudio de las Matemáticas superiores

CED2 - Destreza en el razonamiento cuantitativo, basado en los conocimientos adquiridos

CG10 - Comunicación y expresión escrita

CG13 - Comunicación y expresión matemática, científica y tecnológica

CG4 - Análisis y Síntesis

CG5 - Aplicación de los conocimientos a la práctica

CG6 - Razonamiento crítico

RESULTADOS DE APRENDIZAJE

Algunas de las competencias más importantes que se adquieren con esta asignatura son:

1. Conocimientos generales en uno de los principales campos de las Matemáticas.
2. Aplicación de los métodos y técnicas matemáticas a diversos problemas de la realidad, modelización de la realidad.
3. Capacidad de combinar razonamientos deductivos, razonamientos inductivos, inferencia empírica y aprendizaje directo en la literatura matemática y sus aplicaciones.
4. Capacidad de comunicación de los resultados (en la evaluación se tendrá en cuenta también la buena exposición de las soluciones a los ejercicios propuestos, el rigor en las demostraciones, y la correcta comprensión de todo lo que se hace).
5. Motivación histórica y práctica de problemas clásicos de las matemáticas y de sus aplicaciones.

CONTENIDOS

TOMO I- UNIDAD DIDÁCTICA 1

Tema I. Introducción a las ecuaciones diferenciales ordinarias

1. Definiciones. Ejemplos.
2. Interpretación geométrica. Curvas integrales.

3. Ecuación diferencial de un haz de curvas planas.

Ejercicios de autocomprobación con soluciones.

Tema II. Métodos elementales de integración de ecuaciones diferenciales (I)

2.1. Ecuaciones de variables separadas.

2.2. Ecuaciones homogéneas.

2.3. Ecuaciones reducibles a homogéneas.

Ejercicios de autocomprobación con soluciones.

Tema III. Métodos elementales de integración de ecuaciones diferenciales (II)

3.1. Ecuación lineal.

3.2. Ecuación de Bernoulli.

3.3. Ecuación de Riccati.

Ejercicios de autocomprobación con soluciones.

Tema IV. Métodos elementales de integración de ecuaciones diferenciales (III)

4.1. Condición necesaria para que una ecuación sea diferencial exacta.

4.2. Condición suficiente para que una ecuación sea diferencial exacta.

Ejercicios de autocomprobación con soluciones.

Tema V. Métodos elementales de integración de ecuaciones diferenciales (IV)

5.1. Integración de ecuaciones diferenciales exactas.

5.2. Factores integrantes.

Ejercicios de autocomprobación con soluciones.

Tema VI. Métodos elementales de integración de ecuaciones diferenciales (V)

6.1. Cociente de factores integrantes.

6.2. Diversos tipos de factores integrantes.

Ejercicios de autocomprobación con soluciones.

TOMO I - UNIDAD DIDÁCTICA 2

Tema I. Ecuaciones de primer orden no lineales en y' (I)

- 1.1. Ecuación de Lagrange.
 - 1.2. Ecuación de Clairaut.
 - 1.3. Ecuaciones resolubles en y o en x .
- Ejercicios de autocomprobación con soluciones.

Tema II. Ecuaciones de primer orden no lineales en y' (II)

- 2.1. Ecuaciones en las que falta la x o la y .
 - 2.2. Ecuaciones homogéneas.
- Ejercicios de autocomprobación con soluciones.

Tema III. Aplicaciones geométricas

- 3.1. Problemas de trayectorias
 - 3.2. Curvas de nivel y líneas de máxima pendiente sobre una superficie.
- Ejercicios de autocomprobación con soluciones.

Tema IV. Ecuaciones diferenciales de orden superior (I)

- 4.1. Ecuaciones que no contienen la variable y .
 - 4.2. Ecuaciones que no contienen la variable x .
 - 4.3. Ecuaciones que contienen solamente dos derivadas cuyos órdenes difieran en dos unidades.
- Ejercicios de autocomprobación con soluciones.

Tema V. Ecuaciones diferenciales de orden superior (II)

- 5.1. Ecuaciones diferenciales exactas.
 - 5.2. Ecuaciones homogéneas.
- Ejercicios de autocomprobación con soluciones.

Tema VI. Problemas geométricos de ecuaciones diferenciales

TOMO I - UNIDAD DIDÁCTICA 3

Tema I. Estudio de la existencia de soluciones en las ecuaciones diferenciales

1. Sucesiones equicontinuas de funciones.
2. Teorema de Ascoli.
3. Teorema de existencia de Peano.

Tema II. Teoremas de existencia y unicidad de soluciones en las ecuaciones diferenciales

- 2.1. Método de Picard.
- 2.2. Método de las aplicaciones contractivas.
- 2.3. Teorema de Cauchy.

Tema III. Estudio de la existencia y unicidad de soluciones en los sistemas de ecuaciones diferenciales

- 3.1. Ecuaciones diferenciales de orden superior y sus sistemas.
- 3.2. Teorema de existencia de Peano.

Tema IV. Teoremas de existencia y unicidad de soluciones en los sistemas de ecuaciones diferenciales

- 4.1. Método de Picard.
- 4.2. Método de las aplicaciones contractivas.
- 4.3. Teorema de Cauchy.

Tema V. Dependencia de los datos

- 5.1. Variación de las condiciones iniciales.
- 5.2. Variación de la función.

Tema VI. Derivación con respecto a los datos iniciales

- 6.1. Derivación con respecto a la ordenada.
- 6.2. Derivación con respecto a la abscisa.

TOMO II - UNIDAD DIDÁCTICA 4

Tema I. Prolongación de las soluciones en las ecuaciones diferenciales.

1. Intervalo máximo de existencia de una solución.

2. Prolongación de soluciones en el caso de dominios acotados.
3. Soluciones de los sistemas lineales de ecuaciones diferenciales.

Tema II. Sistemas de ecuaciones diferenciales lineales (I).

- 2.1. Propiedades de las soluciones en un sistema lineal y homogéneo.
- 2.2. Fórmula de Liouville.
- 2.3. Reducción de orden de un sistema lineal y homogéneo.

Tema III. Sistemas de ecuaciones diferenciales lineales (II).

- 3.1. Método de variación de los parámetros.
- 3.2. Forma matricial de un sistema de ecuaciones diferenciales lineales.
- 3.3. La ecuación lineal de orden n .

Tema IV. Ecuaciones lineales con coeficientes constantes (I).

- 4.1. Soluciones complejas de los sistemas de ecuaciones diferenciales lineales.
 - 4.2. Ecuaciones lineales homogéneas con coeficientes constantes: caso de raíces simples.
 - 4.3. Determinación de las soluciones reales en el caso de raíces simples.
- Ejercicios de autocomprobación con soluciones.

Tema V. Ecuaciones lineales con coeficientes constantes (II).

- 5.1. Ecuaciones lineales homogéneas con coeficientes constantes: caso de raíces múltiples.
 - 5.2. Determinación de las soluciones reales en el caso de raíces múltiples.
 - 5.3. Ecuación lineal no homogénea con coeficientes constantes.
- Ejercicios de autocomprobación con soluciones.

Tema VI. Ecuaciones lineales con coeficientes constantes (III).

- 6.1. Sistemas de ecuaciones diferenciales lineales con coeficientes constantes: método de eliminación.
 - 6.2. Ecuación de Euler.
- Ejercicios de autocomprobación con soluciones.

TOMO II- UNIDAD DIDÁCTICA 5

Tema I. Soluciones de los sistemas de ecuaciones diferenciales lineales con coeficientes constantes (I).

1. 1. Funciones casipolinomiales.
2. 2. Sistemas homogéneos de ecuaciones diferenciales lineales.
3. 3. Soluciones reales de los sistemas homogéneos de ecuaciones diferenciales lineales.

4. Ejercicios de autocomprobación con soluciones.

Tema II. Vectores propios y valores propios en una transformación lineal.

2.1. Determinación de los valores propios y de los vectores propios.

2.2. Propiedades de los vectores propios.

2.3. Diagonalización de una matriz.

Tema III. Estudio del polinomio característico.

3.1. Teorema de Cayley-Hamilton.

3.2. Reducción de una matriz a forma casidiagonal.

Tema IV. Reducción de una matriz a forma canónica.

4.1. Estudio de las transformaciones lineales nilpotentes.

4.2. Teorema de Jordan.

Tema V. Soluciones de los sistemas de ecuaciones diferenciales lineales con coeficientes constantes (II).

5.1. Caso de raíces simples de la ecuación característica.

5.2. Caso de raíces múltiples de la ecuación característica.

Tema VI. Soluciones de los sistemas de ecuaciones diferenciales lineales con coeficientes constantes (III).

6.1. Utilización de las series de matrices para la resolución de sistemas de ecuaciones diferenciales lineales con coeficientes constantes.

TOMO II- UNIDAD DIDÁCTICA 6

Tema I. La ecuación lineal y homogénea de segundo orden.

1. 1. Forma normal para la ecuación lineal y homogénea.

2. 2. Teoremas de Sturm.

Ejercicios de autocomprobación con soluciones.

Tema II. El problema de Sturm-Liouville (I).

2.1. Sistema de Sturm-Liouville.

2.2. Reducción del sistema de Sturm-Liouville a forma normal.

Ejercicios de autocomprobación con soluciones.

Tema III. El problema de Sturm-Liouville (I).

3.1. Proposiciones previas al teorema de oscilación.

3.2. El teorema de oscilación.

Ejercicios de autocomprobación con soluciones.

Tema IV. Estudio de la función de Green.

4.1. Función de Green.

4.2. Utilización de la función de Green.

Ejercicios de autocomprobación con soluciones.

Tema V. La ecuación diferencial de Legendre.

5.1. Desarrollo de una solución en serie.

5.2. Ecuación de Legendre.

Ejercicios de autocomprobación con soluciones.

Tema VI. La ecuación diferencial de Bessel.

6.1. Singularidades regulares.

6.2. La ecuación de Bessel.

Ejercicios de autocomprobación con soluciones.

El Tomo I entra íntegramente en el examen.

Del Tomo II sólo entra en el examen la Unidad Didáctica IV.

METODOLOGÍA

En cada capítulo se debe llevar a cabo el estudio del siguiente modo:

- Estudio y comprensión del texto base
- Realización de los ejercicios propuestos
- Realización de actividades complementarias si se indican

Se propondrá un ejercicio optativo de evaluación continua. (Ver sección sobre evaluación).

SISTEMA DE EVALUACIÓN

TIPO DE PRUEBA PRESENCIAL

Tipo de examen Examen de desarrollo

Preguntas desarrollo

Duración del examen 120 (minutos)

Material permitido en el examen

Ninguno

Criterios de evaluación

En todos los ejercicios, problemas, y demostraciones, será necesario entender bien lo que se hace. Se podrán poner preguntas para comprobar esa comprensión, que es muy importante.

% del examen sobre la nota final	95
Nota del examen para aprobar sin PEC	5
Nota máxima que aporta el examen a la calificación final sin PEC	10
Nota mínima en el examen para sumar la PEC	4

Comentarios y observaciones

En el examen podrán aparecer tanto ejercicios o problemas, como demostraciones y preguntas teóricas. En todas las respuestas, será necesario entender bien lo que se hace. Podrán aparecer cuestiones cuyo objetivo sea comprobar esa comprensión, a la que se dará importancia.

PRUEBAS DE EVALUACIÓN CONTINUA (PEC)

¿Hay PEC? Si

Descripción

Se propondrá, hacia el mes de diciembre o fines de noviembre (aproximadamente), en el curso virtual, un ejercicio, no presencial, que se calificará de 0 a 1. Este ejercicio es optativo.

La fecha y hora, y cualquier posible modificación posterior si la hubiera (sobre la fecha y hora), se anunciarán en el foro de la asignatura.

Criterios de evaluación

En todos los ejercicios, problemas, y demostraciones, será necesario entender bien lo que se hace. Se podrán poner preguntas para comprobar esa comprensión, que es muy importante.

Ponderación de la PEC en la nota final	El ejercicio optativo se calificará de 0 a 1. Su nota, en el caso de que sea igual o superior a medio punto, se sumará a la nota de la prueba presencial, siempre que la nota de la prueba presencial sea de al menos un 4, y con la condición de que la nota final del curso no sobrepase el 10.
Fecha aproximada de entrega	Hacia diciembre o fines de noviembre, aproximadamente.

Comentarios y observaciones

En todos los ejercicios, problemas, y demostraciones, será necesario entender bien lo que se hace. Se podrán poner preguntas para comprobar esa comprensión, que es muy importante.

OTRAS ACTIVIDADES EVALUABLES

¿Hay otra/s actividad/es evaluable/s? No

Descripción

Criterios de evaluación

Ponderación en la nota final 0

Fecha aproximada de entrega

Comentarios y observaciones

¿CÓMO SE OBTIENE LA NOTA FINAL?

El ejercicio optativo se calificará de 0 a 1. Su nota, en el caso de que sea igual o superior a 0'5, se sumará a la nota de la prueba presencial, siempre que la nota de la prueba presencial sea de al menos un 4, y con la condición de que la nota final del curso no sobrepase el 10.

Si no se realiza el ejercicio optativo, la nota final será la que se obtenga en la prueba presencial.

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

ISBN(13):9788436237085

Título:ANÁLISIS MATEMÁTICO III (5ª)

Autor/es:Valdivia Ureña, Manuel ;

Editorial:U.N.E.D.

El texto base son los dos tomos de Análisis Matemático III, de Manuel Valdivia Ureña, de la UNED. (Edición revisada y ampliada por Ángel Garrido, Beatriz Hernando y Gaspar Mora).

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA**Bibliografía complementaria****Textos**

W.E. Boyce y R.C. DiPrima, Ecuaciones diferenciales y problemas con valores en la frontera. Limusa, 2005. (Disponible edición digital en inglés).

L. Elsgoltz, Ecuaciones diferenciales y cálculo variacional. Mir, 1996. (Disponible edición digital en español).

M. de Guzmán, Ecuaciones diferenciales ordinarias. Teoría de estabilidad y control. Alhambra, 1975.

P. Puig Adam, Ecuaciones diferenciales. Biblioteca Matemática, 1970. (Disponible edición digital en español).

G. Simmons, Ecuaciones diferenciales. Con aplicaciones y notas históricas. Segunda Edición. McGraw-Hill, 1993. Nota: Una edición anterior tiene importantes deficiencias de traducción. (Disponible edición digital en español de la Segunda Edición).

D.G. Zill y M.R. Cullen, Ecuaciones diferenciales con problemas de valores en la frontera. Sexta Ed. Thomson, 2006. Incluye CD-ROM. (Disponible edición digital en español).

Libros de problemas

F. Ayres, Ecuaciones diferenciales. Serie de Compendios Schaum . McGraw-Hill, 1994.

R. Bronson, Ecuaciones diferenciales. Serie de Compendios Schaum, McGraw-Hill, diversas ediciones. Hay una edición de 2008.

M. de Guzmán, I. Peral, y M. Walias, Problemas de ecuaciones diferenciales ordinarias. Alhambra, 1978.

Los problemas recogidos en este libro son esencialmente los que se proponen en el texto de M. de Guzmán.

A. Kiseliov, M. Krasnov, y G. Makarenko, Problemas de ecuaciones diferenciales ordinarias. Mir, 1984. (Disponible edición digital en español).

Manuales de Matemáticas

I. Bronshtein y K. Semendiaev, Manual de Matemáticas. Mir, 1971. Se reimprime con frecuencia y suele encontrarse en las librerías españolas. Al contrario que otros manuales de fórmulas y tablas, contiene relevantes párrafos de texto explicativo. (Disponible edición digital en español, y otra bastante más extensa en inglés).

M.R. Spiegel, J. Liu y L. Abellanas, Fórmulas y tablas de Matemática aplicada. Segunda edición revisada, Schaum, McGraw-Hill Interamericana de España, Madrid, 2005. Se beneficia del importante refuerzo de L. Abellanas. (Disponible edición digital en español). Este libro está relacionado con el siguiente, que suele encontrarse en la mayoría de las bibliotecas.

M.R. Spiegel, Manual de fórmulas y tablas matemáticas, Schaum, McGraw-Hill. Diversas ediciones o reimpressiones a partir de 1970. (Disponible edición digital en español).

Aplicaciones y modelización

E. Beltrami, Mathematics for Dynamic Modeling. 2ª Ed., Academic Press, 1987. (Stability, optimal control, cycles, bifurcation, catastrophe, chaos). Contiene partes del nivel del curso y también modelos de ecuaciones en derivadas parciales no enumerados en las líneas anteriores.

M. Braun, Ecuaciones diferenciales y sus aplicaciones, Grupo Editorial Iberoamérica, 1990. Original en inglés de 1983. (Disponible edición digital en español).

F.R. Giordano and M.D. Weir, A First Course in Mathematical Modeling. Brooks/Cole Publishing Company, 1985. Modelos interesantes con matemáticas elementales.

W. Simon, Mathematical Techniques for Biology and Medicine. Academic Press, New York, 1972. MIT Press, Cambridge, Mass., 1977. Dover, New York, 1986. Una extensa e intensa muestra de modelos y aplicaciones que utiliza matemáticas accesibles en el tercer curso del Grado.

R. Haberman, *Mathematical Models: Mechanical Vibrations, Population Dynamics and Traffic Flow*. Society for Industrial and Applied Mathematics, 1998.

P. Puig Adam, *Ecuaciones diferenciales*. Biblioteca Matemática, 1970. (Disponible edición digital en español). Contiene claras exposiciones de las vibraciones y oscilaciones mecánicas y eléctricas, resonancia y redes eléctricas.

D.G. Zill, *Ecuaciones diferenciales con aplicaciones de modelado*. Octava Ed. Thomson, 2007. Incluye CD-ROM.

Bibliografía más avanzada

Clásicos sobre existencia local y global, unicidad, dependencia en los parámetros y en las condiciones iniciales:

E.A. Coddington and L. Levinson, *Theory of ordinary differential equations*. McGraw-Hill, New York, 1955.

Ph. Hartman, *Ordinary Differential Equations*. Second Ed., Birkhäuser, 1982.

Ecuaciones diferenciales en el campo complejo:

E.L. Ince, *Ordinary Differential Equations*. Dover, 1956.

E. Hille, *Ordinary Differential Equations in the Complex Domain*. Dover, 1997. Original en John Wiley & Sons, 1976.

Libros que tratan Teoría geométrica, Teoría cualitativa, Teoría de la estabilidad, Sistemas dinámicos:

D.W. Jordan and P. Smith, *Nonlinear Ordinary Differential Equations, An Introduction to Dynamical Systems*. Third Edition, Oxford University Press, New York, 1999. Fourth Edition, 2007.

V.V. Nemytskii and V.V. Stepanov, *Qualitative Theory of Differential Equations*. Princeton University Press, 1960.

Caos y fractales:

E. Beltrami, *Mathematics for Dynamic Modeling*. 2º Ed., Academic Press, 1987.

Cristoforo S. Bertuglia and Franco Vaio, *Nonlinearity, Chaos and Complexity: The Dynamics of Natural and Social Sciences*, Oxford University Press, New York, 2005.

Robert L. Devaney and Linda Keen, *Chaos and Fractals: The Mathematics Behind the Computer Graphics*, American Mathematical Society, 1989.

James Gleick, *Chaos, Making a New Science*. Penguin Group, 1987. Libro de divulgación.

RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA

Curso virtual donde también se encuentran el foro y correos electrónicos de profesor y alumnos, y la atención a los alumnos en las guardias.

IGUALDAD DE GÉNERO

En coherencia con el valor asumido de la igualdad de género, todas las denominaciones que en esta Guía hacen referencia a órganos de gobierno unipersonales, de representación, o miembros de la comunidad universitaria y se efectúan en género masculino, cuando no se hayan sustituido por términos genéricos, se entenderán hechas indistintamente en género femenino o masculino, según el sexo del titular que los desempeñe.