18-19

GRADO EN MATEMÁTICAS
CUARTO CURSO

# GUÍA DE ESTUDIO PÚBLICA

# AMPLIACIÓN DE TOPOLOGÍA

CÓDIGO 61024090

UNED

18-19

**AMPLIACIÓN DE TOPOLOGÍA**

**CÓDIGO 61024090**

# ÍNDICE

| | |
|---|---|
| Nombre de la asignatura | AMPLIACIÓN DE TOPOLOGÍA |
| Código | 61024090 |
| Curso académico | 2018/2019 |
| Departamento | MATEMÁTICAS FUNDAMENTALES |
| Título en que se imparte | GRADO EN MATEMÁTICAS |
| Curso | CUARTO CURSO |
| Tipo | OPTATIVAS |
| Nº ETCS | 5 |
| Horas | 125.0 |
| Periodo | SEMESTRE 2 |
| Idiomas en que se imparte | CASTELLANO |

# PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN

La Topología es el estudio de los espacios topológicos, las aplicaciones continuas entre ellos, las propiedades topológicas, y, se ocupa también de estudiar si dos espacios topológicos dados son o no homeomorfos. Este último problema, en ocasiones, no es fácil de resolver. Además de los instrumentos que tiene la Topología General para su resolución, algunos de los cuales han sido tratados en la asignatura de Topología de este grado, existen otros métodos para resolver el mencionado problema, que son de naturaleza más bien algebraica. De estos métodos se ocupa la Topología Algebraica. En esta asignatura de Ampliación de Topología nos ocupamos de algunos conceptos y resultados de Topología Algebraica, no de tantos como desearíamos, ya que el número de créditos de la presente asignatura es limitado, pero sí de algunos de ellos que tienen gran importancia y estimamos deben ser conocido por los estudiantes del Grado en Matemáticas, o, al menos, por aquellos que opten por esta asignatura de Ampliación de Topología.
Así, entendemos que el estudiante debe conocer con cierta amplitud y profundidad la noción de grupo fundamental. Una noción prácticamente inseparable de la noción de grupo fundamental de un espacio topológico es la noción de espacios recubridores, por lo que también debe conocerse y ser objeto de estudio. Esta noción permite, entre otros, calcular el grupo fundamental de la circunferencia, considerada como subespacio topológico del Plano Euclídeo R^2. También permitirá, por ejemplo, determinar el grupo fundamental del toro, que es una de las superficies básicas más importantes en Topología, en Geometría, en el estudio de los Sistemas Dinámicos, y en otras ramas de las Matemáticas. Se estudian retracciones, puntos fijos, y se utilizan todos los métodos anteriores para dar una demostración del Teorema Fundamental del Álgebra, y de otros resultados tales como el Teorema de Borsuk-Ulam para la esfera bidimensional, y el Teorema de la Bisección, entre otros. Se estudian nociones tales como retractos de deformación, tipo de homotopía, se prueba que el grupo fundamental es también un invariante del tipo de homotopía, y se calculan el grupo fundamental de la esfera n-dimensional, y los grupos fundamentales de algunas superficies compactas sencillas. Estos últimos grupos fundamentales permitirán distinguir entre los tipos topológicos de estas superficies, resolviéndose así, en algunos casos particulares relativamente sencillos pero muy importantes, el problema que exponíamos en el párrafo anterior del estudio de si dos espacios topológicos diferentes son o no homeomorfos.
Utilizando el grupo fundamental se estudian importantes teoremas clásicos de la topología

del Plano Euclídeo tales como el Teorema de Separación de Jordan, el Teorema de Separación General, el Lema de Borsuk, y el Teorema de Invariancia del Dominio. Estos resultados serían muy difíciles de demostrar si no dispusiéramos de un instrumento algebraico potente como es el grupo fundamental. En esta línea, se podría estudiar también el Teorema de la Curva de Jordan y algunas de sus aplicaciones, pero nuevamente por un problema de limitación del número de créditos de la asignatura, este estudio quedará como opción para aquellos estudiantes que sientan una gran curiosidad por estos temas y, además, dispongan de tiempo adicional que dedicarles.

Existe algún material sobre Teoría de Grupos que se refiere a Sumas Directas de Grupos Abelianos, Productos Libres de Grupos, Grupos Libres, y Generadores y Relaciones, que estará a disposición de aquellos estudiantes que no los conozcan, pero que no se considerará propiamente como material de esta asignatura, ya que su lugar natural sería en alguna asignatura de Álgebra (de hecho, actualmente, el equipo docente de esta asignatura entiende que algunos de los tópicos sobre Teoría de Grupos arriba enunciados se recogen efectivamente en alguna de las asignaturas de la materia de Álgebra de este Grado en Matemáticas, pero que tal vez otros no). Este material arriba enunciado sobre Teoría de Grupos se considera, por consiguiente, únicamente como material de lectura para los estudiantes que no lo hayan visto anteriormente, en la medida en que permite comprender las secciones posteriores que tratan del Teorema de Seifert y de Van Kampen, y algunas de sus aplicaciones al cálculo de grupos fundamentales de espacios concretos de dimensiones 1 y 2. El Teorema de Seifert-Van Kampen es un resultado que nos permite calcular grupos fundamentales de muchos espacios topológicos que sería prácticamente imposible calcular sin disponer de dicho teorema. Se trata de un teorema de la Topología Algebraica que relaciona el grupo fundamental de un espacio con los grupos fundamentales de dos abiertos que, conjuntamente, recubren dicho espacio, y con el grupo fundamental de la intersección de dichos abiertos, bajo ciertas condiciones. Existe una versión más general de este teorema para un recubrimiento del espacio ambiente por una cantidad arbitraria de conjuntos abiertos en lugar de tener únicamente dos conjuntos abiertos (junto con su intersección, naturalmente). Las aplicaciones más usuales del Teorema de Seifert-Van Kampen son el cálculo del grupo fundamental de una unión por un punto de circunferencias y el cálculo del grupo fundamental de espacios obtenidos adjuntando una celda bidimensional a un espacio de Hausdorff, normalmente de dimensión 1. Como veremos, esto conducirá a la posibilidad de estudiar el grupo fundamental de todos los tipos topológicos de superficies compactas, pero de momento se utilizará para calcular nuevamente el grupo fundamental del toro y de algunos espacios tales como los conocidos por el curioso nombre de “sombrero de asno de n picos”.

Se utilizan los métodos hasta ahora aprendidos para estudiar los grupos fundamentales de todas las superficies compactas, el grupo de homología 1-dimensional de dichas superficies compactas, y, utilizando las técnicas conocidas como “cortar y pegar”, se enuncia y prueba el Teorema de Clasificación de Superficies Compactas (y Conexas, naturalmente). Este es un resultado muy importante en Topología, que está íntimamente relacionado también con el estudio del grupo fundamental, por lo que nos parece óptimo estudiarlo aquí con una gran profundidad. La importancia del estudio en profundidad de las superficies compactas no sólo radica en que éstas son utilizadas muy frecuentemente como ejemplos de espacios en la Topología Algebraica, sino que, además, se debe a que los únicos teoremas de clasificación de variedades n-dimensionales compactas y conexas cuyas demostraciones son relativamente elementales y que son completos en el sentido de que permiten clasificar todas las variedades compactas y conexas de dimensión n utilizando solamente unos pocos y sencillos invariantes se conocen para n = 1 y para n = 2. A partir de la dimensión n = 3 se complican extraordinariamente las cosas. Por estos motivos es tan importante, en un primer curso sobre Topología Algebraica, llevar a cabo un estudio en profundidad del Teorema de Clasificación de Superficies Compactas y Conexas.

Otros instrumentos de naturaleza algebraica utilizados para estudiar el problema de la clasificación topológica de espacios topológicos son los grupos de homología. Estos grupos de homología se pueden calcular mediante un sencillo algoritmo algebraico cuando se trata de grupos de homología de ciertos espacios que tienen una cierta estructura geométrica, como serían los complejos simpliciales, los complejos celulares, o bien unos espacios llamados CW-complejos. Por el mencionado “problema” de la limitación del número de créditos que tiene asignados esta asignatura, en ella nos limitaremos al estudio de los grupos de homología de un complejo simplicial orientado, y, en consecuencia, de los grupos de homología de los poliedros compactos. Se darán, no obstante, indicaciones para que todo estudiante interesado en profundizar en el tema de los grupos de homología y de cohomología pueda continuar sus lecturas y sus estudios en otros textos de nivel superior al de las obras aquí utilizadas. Estos grupos de homología tienen la importante propiedad de que si dos espacios, en nuestro caso, dos poliedros compactos son homeomorfos, entonces sus grupos de homología q-dimensionales son grupos isomorfos para todo número entero no negativo q. De manera que pueden ser utilizados en muchos casos para distinguir tipos topológicos distintos de espacios que admitan una estructura geométrica de poliedros compactos. Esto hace referencia al problema fundamental de la Topología que enunciábamos al comienzo de esta exposición: el problema de estudiar si dos espacios topológicos dados son o no son homeomorfos. Por otra parte, si dos poliedros compactos son del mismo tipo de homotopía, que es una noción que ha sido introducida en esta asignatura también, entonces sus grupos de homología en cada dimensión q son asimismo isomorfos, es decir, que los grupos de homología de los poliedros compactos son no solamente invariantes topológicos, sino también invariantes homotópicos o invariantes del tipo de homotopía. Recordemos aquí que el grupo fundamental es también un invariante del tipo de homotopía. En general, podemos definir la Topología Algebraica precisamente como el estudio de todos aquellos métodos y estructuras algebraicas asociadas a espacios topológicos, que son invariantes del tipo de homotopía de dichos espacios topológicos. Cuantas más estructuras diferentes de este tipo, más nos iremos aproximando a la resolución del problema fundamental de la clasificación topológica de los espacios topológicos. En esta asignatura de Ampliación de Topología, en resumen, se estudian dos importantes invariantes topológicos, que son el grupo fundamental y los grupos de homología simplicial, y se estudian sus aplicaciones, generalmente encaminadas a avanzar significativamente en la resolución del problema de clasificación de espacios topológicos.

La presente asignatura pertenece a la materia de Geometría y Topología. Está situada en el cuarto curso del grado y dentro de éste en el segundo semestre. Se trata de una asignatura optativa. La asignatura es de 5 créditos ECTS, lo que supone 125 horas de trabajo / estudio por parte del estudiante.

## REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR LA ASIGNATURA

El estudiante debería conocer y manejar previamente los espacios topológicos, y muy especialmente aquellos que son subespacios de un Espacio Euclídeo de dimensión finita y aquellos que pueden describirse como productos de colecciones finitas de subespacios de Espacios Euclídeos finito dimensionales.

Además, sería deseable que todo estudiante de esta asignatura tuviera una madurez matemática suficiente como para ser capaz de representar en la recta real, en el Plano Euclídeo, y en el Espacio Euclídeo Tridimensional, subconjuntos definidos por un número finito pequeño de ecuaciones y/o inecuaciones.

Por guardar cierta coherencia y además por los motivos antes señalados, sería recomendable que el estudiante que elija esta asignatura optativa haya cursado (y superado) la asignatura de *Topología* de tercer curso, primer semestre, de este grado.

## EQUIPO DOCENTE


| | |
|---|---|
| Nombre y Apellidos | VICTOR FERNANDEZ LAGUNA |
| Correo Electrónico | vfernan@mat.uned.es |
| Teléfono | 91398-7228 |
| Facultad | FACULTAD DE CIENCIAS |
| Departamento | MATEMÁTICAS FUNDAMENTALES |


## TUTORIZACIÓN Y SEGUIMIENTO

Ademas de las tutorías en los Centros Asociados (en su caso) y de las Tutorías Intercampus (en su caso), que son relaciones académicas entre los tutores de la asignatura y los estudiantes de la misma, la labor de tutorización que llevará a cabo el profesor responsable de esta asignatura de la Sede Central tendrá varias vías:

-Tutorización telefónica en horario de guardias, los martes de 16 horas a 20 horas. Únicamente se llevarán a cabo aquellos martes que sean lectivos.

-Tutorización por correo postal (que ha caído un poco en desuso).

-Tutorización a través del curso virtual de la asignatura. (Actualmente ésta sería la forma más utilizada de tutorización debido al importante desarrollo de las tecnologías relacionadas. Por este motivo, se recomienda vivamente a todos los estudiantes que entren regularmente en el curso virtual y observen todas las aportaciones del mismo, ya que les resultarán, en general, altamente formativas e ilustrativas). Tendría lugar mediante los diversos foros del curso virtual de Ampliación de Topología.
-Correo electrónico del profesor: vfernan@mat.uned.es . No obstante, se recomienda que las consultas acerca de contenidos de Ampliación de Topología se realicen mejor a través del curso virtual de la asignatura para que los mensajes derivados de dichas consultas puedan resultarles de utilidad a los restantes estudiantes de la asignatura.

Existen otras formas de contacto entre el estudiante y el profesor, como puede ser a través del fax del departamento, aunque ésta es, reconozcámoslo, mucho menos utilizada en el presente.

## TUTORIZACIÓN EN CENTROS ASOCIADOS

En el enlace que aparece a continuación se muestran los centros asociados y extensiones en las que se imparten tutorías de la asignatura. Estas pueden ser:

•**Tutorías de centro o presenciales**: se puede asistir físicamente en un aula o despacho del centro asociado.

•**Tutorías campus/intercampus**: se puede acceder vía internet.

La información ofrecida respecto a las tutorías de una asignatura es orientativa. Las asignaturas con tutorías y los horarios del curso actual estarán disponibles en las fechas de inicio del curso académico. Para más información contacte con su centro asociado.

Consultar horarios de tutorización de la asignatura 61024090

## COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE

Competencias generales:

| | |
|---|---|
| CG1 | Iniciativa y motivación |
| CG2 | Planificación y organización |
| CG3 | Manejo adecuado del tiempo |
| CG4 | Análisis y Síntesis |
| CG5 | Aplicación de los conocimientos a la práctica |
| CG6 | Razonamiento crítico |
| CG7 | Toma de decisiones |

| | |
|---|---|
| CG8 | Seguimiento, monitorización y evaluación del trabajo propio o de otros |
| CG9 | Motivación por la calidad |
| CG10 | Comunicación y expresión escrita |
| CG11 | Comunicación y expresión oral |
| CG12 | Comunicación y expresión en otras lenguas (con especial énfasis en el inglés) |
| CG13 | Comunicación y expresión matemática, científica y tecnológica |
| CG14 | Competencia en el uso de las TIC |
| CG15 | Competencia en la búsqueda de información relevante |
| CG16 | Competencia en la gestión y organización de la información |
| CG17 | Competencia en la recolección de datos, el manejo de bases de datos y su presentación |
| CG18 | Habilidad para coordinarse con el trabajo de otros |
| CG19 | Compromiso ético (por ejemplo en la realización de trabajos sin plagios, etc.) |
| CG20 | Ética profesional (esta última abarca también la ética como investigador) |

Competencias específicas:

| | |
|---|---|
| CED1 | Comprensión de los conceptos básicos y familiaridad con los elementos fundamentales para el estudio de las Matemáticas superiores |
| CED2 | Destreza en el razonamiento cuantitativo, basado en los conocimientos adquiridos |
| CEP1 | Habilidad para formular problemas procedentes de un entorno profesional, en el lenguaje matemático, de manera que faciliten su análisis y resolución |

| | |
|---|---|
| CEP4 | Resolución de problemas |
| CEA1 | Destreza en el razonamiento y capacidad para utilizar sus distintos tipos, fundamentalmente por deducción, inducción y analogía |
| CEA2 | Capacidad para tratar problemas matemáticos desde diferentes planteamientos y su formulación correcta en lenguaje matemático, de manera que faciliten su análisis y resolución. Se incluye en esta competencia la representación gráfica y la aproximación geométrica |
| CEA3 | Habilidad para crear y desarrollar argumentos lógicos, con clara identificación de las hipótesis y las conclusiones |
| CEA4 | Habilidad para detectar inconsistencias de razonamiento ya sea de forma teórica o práctica mediante la búsqueda de contraejemplos |
| CEA7 | Habilidad para presentar el razonamiento matemático y sus conclusiones de manera clara y precisa, de forma apropiada a la audiencia a la que se dirige, tanto en la forma oral como escrita |
| CE1 | Razonamiento crítico, capacidad de evaluar trabajos propios y ajenos |

## RESULTADOS DE APRENDIZAJE

-Comprender y manejar las nociones de homotopía de caminos y sus propiedades.
-Comprender y manejar las nociones de grupo fundamental de un espacio topológico, de homomorfismo inducido por una aplicación continua entre espacios topológicos, de espacio simplemente conexo, así como sus primeras propiedades.

-Comprender y manejar las nociones de espacio recubridor, de aplicación recubridora, y de homeomorfismo local, así como sus primeras propiedades.
-Utilizar los espacios recubridores y aplicaciones recubridoras para determinar el grupo fundamental de la circunferencia unidad del Plano Euclídeo. Conocer y manejar las nociones de levantamiento y de correspondencia del levantamiento, y sus primeras propiedades.
-Conocer y manejar las nociones de retracto, retracción, y de campo de vectores, así como sus primeras propiedades. Conocer y manejar el Teorema de la no-retracción, y algunas de sus consecuencias, tales como el Teorema del Punto Fijo de Brouwer para el disco, entre otros.
-Conocer y manejar el Teorema Fundamental del Álgebra como una aplicación de los resultados ya vistos en esta asignatura de Ampliación de Topología.
-Conocer y manejar el Teorema de Borsuk-Ulam para la esfera bidimensional y sus consecuencias, tales como el Teorema de la Bisección. Conocer y manejar los resultados sobre aplicaciones continuas que conservan antípodas necesarios para poder establecer el citado Teorema de Borsuk-Ulam.
-Conocer y manejar las nociones de retracto de deformación, de equivalencia de homotopía, de tipo de homotopía, y sus primeras propiedades. Entre éstas, cabe destacar la propiedad de que el grupo fundamental es un invariante del tipo de homotopía, y, en consecuencia, es un invariante topológico.
-Conocer y manejar el resultado que asegura que la esfera n-dimensional es simplemente conexa para n entero mayor o igual que 2, y conocer y manejar también los resultados previos necesarios.
-Conocer y manejar el resultado sobre el grupo fundamental de un espacio topológico producto de dos espacios, utilizarlo para estudiar el grupo fundamental del toro, y, utilizando los espacios recubridores, determinar los grupos fundamentales de algunas superficies. Deducir la existencia de al menos cuatro tipos topológicos distintos de superficies compactas y conexas.
-Conocer y manejar el Teorema de Separación de Jordan, y el Teorema de Separación General, en la esfera bidimensional, así como los lemas previos necesarios para establecer dichos teoremas.
-Conocer y manejar el Teorema de Invariancia del Dominio en el Plano Euclídeo, así como los lemas previos necesarios: Lema de la Extensión Homotópica y Lema de Borsuk.
-Leer y comprender todos los resultados relacionados con el Teorema de la Curva de Jordan en la esfera bidimensional, sin estudiar la demostración de dichos resultados. Trazar esquemas geométricos que ayuden a comprender estos resultados.
-Leer las nociones y resultados acerca de Sumas Directas de Grupos Abelianos, Productos Libres de Grupos, Grupos Libres, Conmutadores, y Generadores y Relaciones, especialmente aquellos que no lo hayan estudiado en una asignatura de Álgebra, o bien, aquellos que deseen conocer la notación y terminología que se va a seguir aquí en relación con dichas nociones. Estas nociones y resultados se utilizarán posteriormente en esta asignatura de Ampliación de Topología.
-Conocer y manejar el Teorema de Seifert-van Kampen, sus diferentes versiones y sus consecuencias.

-Conocer y manejar los espacios conocidos como unión por un punto de circunferencias. Conocer y manejar los resultados acerca del grupo fundamental de dichos espacios.
-Comprender y manejar el efecto sobre los grupos fundamentales de la operación de añadir una celda bidimensional a un espacio de Hausdorff.
-Deducir de lo anterior una nueva forma de obtener el grupo fundamental del toro, y la forma de determinar el grupo fundamental del espacio denominado sombrero de asno de un número finito de picos.

-Estudiar los grupos fundamentales de las superficies compactas y conexas. Conocer y manejar las nociones de esquema de longitud n, y de suma conexa.
-Estudiar la homología unidimensional de las superficies compactas y conexas.
-Conocer las técnicas de "cortar y pegar" para polígonos a través de sus aristas. Conocer el resultado fundamental y las operaciones elementales con esquemas.
-Conocer y manejar los esquemas de tipo toro y de tipo proyectivo. Conocer y manejar el Teorema de Clasificación de Superficies Compactas Conexas, así como los resultados previos necesarios.
-Conocer y manejar los resultados acerca de construcción de superficies compactas.
-Leer y comprender los resultados que no se conozcan acerca del espacio afín y de las coordenadas baricéntricas necesarios para entender las nociones y resultados sobre Símplices y Complejos Simpliciales Geométricos que se estudian después en esta asignatura de Ampliación de Topología.
-Conocer y manejar las nociones y resultados relacionados con los Símplices Rectilíneos.
-Conocer y manejar las nociones y resultados relacionados con los Complejos Simpliciales Geométricos Finitos y Aplicaciones Simpliciales entre ellos.
-Conocer y manejar las nociones y resultados relacionados con los Poliedros Geométricos.
-Conocer y manejar las nociones y resultados relacionados con los Complejos Simpliciales Geométricos Orientados.
-Conocer y manejar las nociones y resultados relacionados con los Grupos de Cadenas Orientadas.
-Conocer y manejar las nociones y resultados relacionados con el Homomorfismo Borde.
-Conocer y manejar las nociones y resultados relacionados con los Grupos de Homología de un Complejo Simplicial Geométrico Orientado.
-Conocer y manejar las nociones y resultados relacionados con las Componentes Conexas de un Complejo, y con los Complejos Conexos.
-Conocer y manejar la relación existente entre la Conexión de un Complejo y su Grupo de Homología de dimensión cero.
-Conocer y manejar la Fórmula de Euler-Poincaré para Complejos Simpliciales.
-Conocer y manejar las nociones y resultados relacionados con los Homomorfismos de los Grupos de Homología inducidos por una Aplicación Simplicial.
-Conocer y manejar las nociones y resultados relacionados con la Subdivisión Baricéntrica de un Complejo Simplicial.
-Conocer y manejar las nociones y resultados relacionados con los Homomorfismos inducidos por las Aplicaciones Continuas entre Poliedros Geométricos.

-Conocer y manejar las nociones y resultados relacionados con los Poliedros Curvilíneos Compactos.
-Conocer y manejar las nociones y resultados relativos a la Invariancia por Homeomorfismos de los Grupos de Homología de Poliedros (Compactos) así como a la Invariancia Homotópica de dichos Grupos de Homología.

## CONTENIDOS

1. El grupo fundamental. (Tema) Capítulo 9 del texto básico de MUNKRES. 40 horas.

2. Teoremas de separación en el plano. (Tema) Capítulo 10 del texto básico de MUNKRES. 11 horas.

3. El teorema de Seifert –van Kampen. (Tema) Capítulo 11 del texto básico de MUNKRES. 20 horas.

4. Clasificación de superficies. (Tema) Capítulo 12 del texto básico de MUNKRES. 20 horas.

5. Grupos de homología simplicial de un poliedro compacto. (Tema) Unidad Didáctica 6 del texto básico de ARREGUI. 30 horas.

## METODOLOGÍA

El plan de trabajo se referirá tanto al texto base *Topología (2ª Edición)* de James R. Munkres (Pearson, Prentice Hall, Madrid, 2002) , como al texto básico *Topología* de Joaquín Arregui (UNED, Madrid, colección Unidades Didácticas).
En ellos se fijan tanto los contenidos para el estudio de esta asignatura como la notación y terminología en general.
La notación puede variar de unos libros de Topología a otros.
En el curso virtual se concretarán orientaciones para el estudio de los temas, se indicará la duración (aproximada) del tiempo que el estudiante debe dedicar a cada tema, capítulo o sección, y se harán, en su caso, algunos comentarios acerca de los ejercicios.
Gran parte de la formación recae sobre el trabajo personal del estudiante con la bibliografía recomendada, tanto la básica como la complementaria, siempre contando con ayuda del

profesor de la asignatura de la Sede Central de la UNED, los tutores y las tecnologías que la UNED pone a disposición de todos como ayuda para la preparación de las asignaturas.
En el curso virtual existen diferentes foros:
-Foro docente - guardia virtual: en él, los estudiantes consultan al profesor cuestiones específicas de la asignatura, que serán resueltas por el profesor, o al menos, se les darán las indicaciones necesarias para que el estudiante pueda, por sí mismo, resolver sus propias dudas.
-Foro de consultas generales: en él, se plantearán preferentemente cuestiones de carácter general sobre la asignatura, de gestión, de procedimientos de evaluación, etc.
-Foro de alumnos: Este foro no está tutelado por el profesor, por lo que el profesor no se responsabilizará de los contenidos del mismo. Se utiliza para que los estudiantes intercambien entre sí preguntas y/o información siempre respecto de temas de la asignatura o al menos del curso o de la universidad.
-Foros acerca de cuestiones concretas, y de creación "improvisada": Se podrán crear foros relativos a cuestiones concretas, como por ejemplo, grupo fundamental de un espacio topológico, espacios recubridores, clasificación de superficies, grupos de homología, etc., que consistirán en preguntas orientadas a la profundización y comprensión de los estudiantes, podrán estar abiertos durante un tiempo limitado, en el cual los estudiantes se contestarán entre sí y el profesor solo participará cuando lo considere necesario u oportuno. O bien, foro o foros de ejercicios adicionales propuestos por el profesor.

**Un consejo acerca de los ejercicios.** Cuando se sugiere un ejercicio para afianzar la teoría, se está proponiendo que el estudiante lea el enunciado y lo intente resolver por sus propios medios sin leer la solución directamente. Esto se debe a que el aprendizaje no solamente procede del estudio sino también de la reflexión sobre los ejercicios y problemas y asimismo de la búsqueda de respuestas y de razonamientos para probar una conclusión. Aunque el estudiante realice varios intentos de solución y no llegue a completar ésta, el proceso realizado es muy importante para la comprensión de los contenidos de la asignatura. El hecho de leer una solución correcta y aprendérsela de memoria, puede resultar menos interesante que llevar a cabo diversos intentos de resolución del problema. El estudiante no debe pensar que es suficiente con alcanzar unos conocimientos teóricos, sino que debe “hacer suyo” todo lo que estudia, sabiendo que las experiencias y el bagaje adquiridos en el sentido antes explicado van a marcar un hito fundamental en el estudio de su carrera.

## SISTEMA DE EVALUACIÓN

### TIPO DE PRUEBA PRESENCIAL

| | |
|---|---|
| Tipo de examen | Examen de desarrollo |
| Preguntas desarrollo | 4 |
| Duración del examen | 120 (minutos) |
| Material permitido en el examen | |

Ninguno

Criterios de evaluación

Se valorarán:

**-la presentación,**

**-los conocimientos adquiridos y demostrados en el examen que tengan relación con las preguntas del mismo,**

**-las destrezas adquiridas que se reflejen en la resolución de los ejercicios y cuestiones del examen,**

**-las habilidades para aplicar los conocimientos teóricos a las situaciones particulares propuestas en las preguntas del examen,**

**-las gráficas presentadas como apoyo a las soluciones de las preguntas del examen,**

**-la claridad de ideas demostrada a lo largo del desarrollo de las soluciones de las preguntas del examen.**

| | |
|---|---|
| % del examen sobre la nota final | 80 |
| Nota del examen para aprobar sin PEC | 5 |
| Nota máxima que aporta el examen a la calificación final sin PEC | 10 |
| Nota mínima en el examen para sumar la PEC | 4 |
| Comentarios y observaciones | |

### PRUEBAS DE EVALUACIÓN CONTINUA (PEC)

| | |
|---|---|
| ¿Hay PEC? | Si |
| Descripción | |

Se propondrán tres o cuatro ejercicios y/o cuestiones que el estudiante desarrollará y, si así lo estima conveniente, presentará a través del curso virtual, y en formato pdf. Las soluciones de dichos ejercicios y/o cuestiones podrán estar escritas a mano o utilizando un tratamiento de textos, pero, en general, la elección de una de estas dos opciones no influirá en la calificación otorgada por el profesor.

Criterios de evaluación

Se valorarán:
**-la presentación de la prueba,**
**-los conocimientos adquiridos y demostrados en la prueba de evaluación continua que tengan relación con las preguntas de la misma,**
**-las destrezas adquiridas que se reflejen en la resolución de los ejercicios y cuestiones de la prueba de evaluación continua,**
**-las habilidades para aplicar los conocimientos teóricos a las situaciones particulares propuestas en las preguntas de la prueba de evaluación continua,**
**-las gráficas presentadas como apoyo a las soluciones de las preguntas de la prueba de evaluación continua,**
**-la claridad de ideas demostrada a lo largo del desarrollo de las soluciones de las preguntas de la prueba de evaluación continua.**

| | |
|---|---|
| Ponderación de la PEC en la nota final | 20% |
| Fecha aproximada de entrega | PEC/ 21/ 04/2019 |
| Comentarios y observaciones | |

**OTRAS ACTIVIDADES EVALUABLES**

| | |
|---|---|
| ¿Hay otra/s actividad/es evaluable/s? | No |
| Descripción | |
| Criterios de evaluación | |
| Ponderación en la nota final | 0 |
| Fecha aproximada de entrega | |
| Comentarios y observaciones | |

**¿CÓMO SE OBTIENE LA NOTA FINAL?**

Cuando se alcancen los mínimos antes enunciados, la nota final se obtendrá mediante la fórmula:

**0.8 CPP + 0.2 CPEC, si el estudiante ha realizado la Prueba de Evaluación Continua,**
**CPP, si el estudiante no ha realizado la Prueba de Evaluación Continua,**
**siendo:**
**CPP la calificación del examen (o Prueba Presencial)**
**CPEC la calificación de la Prueba de Evaluación Continua.**

## BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

ISBN(13):9788420531809
Título:TOPOLOGÍA (2ª ed.)
Autor/es:Munkres, J.R. ;
Editorial:PRENTICE HALL

ISBN(13):9788436216745
Título:TOPOLOGÍA (1ª)
Autor/es:Arregui Fernández, Joaquín ;
Editorial:U.N.E.D.

Textos- Base:
Munkres, J. R. Topología, 2ª Edición. Pearson Educación, Prentice Hall. Madrid, 2002.
Arregui, J. Topología. Unidades Didácticas. UNED. Madrid, 1984.

El estudiante seguirá la notación y la terminología de los libros de texto básicos en su estudio, ya que, según hemos indicado, éstas pueden variar de un libro a otro.
Las secciones de los libros de texto básicos están ilustradas y dotadas de un buen número de ejemplos para facilitar la comprensión de las nociones y resultados básicos a los lectores del mismo, y, en este caso, a los estudiantes de esta asignatura de Ampliación de Topología. Al final de todas o de casi todas las secciones aparece una relación de ejercicios propuestos que deberán ser realizados por los estudiantes para comprobar su adquisición de conocimientos relativos a la sección, y, en muchos casos, como repaso de nociones y/o resultados ya adquiridos o ya conocidos de otras secciones anteriores. En el curso virtual se darán algunos comentarios acerca de los ejercicios concretos. En cualquier caso, cada estudiante deberá intentar seriamente la resolución de los ejercicios para adquirir una experiencia específica relacionada con los tópicos que trata esta asignatura.

## BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

ISBN(13):9788416466696
Título:AMPLIACIÓN DE TOPOLOGÍA. EJERCICIOS DE TOPOLOGÍA ALGEBRAICA (primera)
Autor/es:Víctor Fernández Laguna ;
Editorial:Sanz y Torres, S. L.

Fernández Laguna, V. Ampliación de Topología. Ejercicios de Topología Algebraica. Editorial Sanz y Torres. Madrid, 2018.

Bujalance, E. y Tarrés, J. Problemas de Topología. UNED. Colección Cuadernos de la UNED. Madrid, 1989.

Massey, W. S. Introducción a la Topología Algebraica. Editorial Reverté. Barcelona, 1972.

Kosniowski, C. Topología Algebraica. Editorial Reverté. Barcelona, 1992.

Outerelo, E. y Sánchez Abril, J. M. Elementos de Topología. Editorial Sanz y Torres. Madrid, 2008.

Margalef, J. y Outerelo, E. Introducción a la Topología. Editorial Complutense. Madrid, 1993.

Margalef, J., Outerelo, E., y Pinilla, J. L. Topología. Volumen V. Editorial Alhambra. Madrid, 1982.

Armstrong, M. A. Topología Básica. Editorial Reverté. Barcelona, 1987.

Los libros reseñados como bibliografía complementaria pueden ser consultados para aclarar algunas cuestiones o bien para ampliar algunos conocimientos.

De estos libros cabe destacar el primero de ellos, del autor Víctor Fernández Laguna, que es el libro de problemas recomendado.

Deseamos añadir aquí algunos libros de nivel similar o superior al de los Textos Básicos de J. R. Munkres y de Joaquín Arregui, que también podrán ser consultados por el estudiante para algunas cuestiones concretas:

-Munkres, J. R. Elements of Algebraic Topology. Addison-Wesley. Menlo Park, California. U. S. A. 1984.
-Greenberg, M. J. and Harper, J. R. Algebraic Topology: A First Course. Addison-Wesley. U. S. A. 1981.
-Spanier, E. H. Algebraic Topology. Mc Graw-Hill. U. S. A. 1966.
-Massey, W. S. Singular Homology Theory. Springer-Verlag. New York. U. S. A. 1980.
-Singer, I.M. and Thorpe, J. A. Lecture Notes on Elementary Topology and Geometry. UTM. Springer-Verlag. New York. U. S. A. 1967.

-Hatcher, A.  Algebraic Topology. Cambridge University Press. New York, U. S. A. 2001.

## RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA

**Curso Virtual**. La UNED pone a disposición de los estudiantes un curso virtual atendido por profesores en el que se abren posibilidades muy importantes como puede ser la comunicación casi inmediata con una persona, un tutor virtual, que puede resolver las dudas de los estudiantes tanto generales como más específicas de la asignatura, en este caso de Ampliación de Topología. Además, permite que los estudiantes se comuniquen entre sí en el llamado “foro de alumnos”, y además, se pueden ir abriendo otros foros con cuestiones específicas dentro de temas concretos en los que los estudiantes podrán intercambiar cuestiones, soluciones de cuestiones, y en los que el profesor podrá examinar los mensajes, pero no tendrá que intervenir en general, excepto si es preciso reconducir alguno de los foros.

---

## IGUALDAD DE GÉNERO

En coherencia con el valor asumido de la igualdad de género, todas las denominaciones que en esta Guía hacen referencia a órganos de gobierno unipersonales, de representación, o miembros de la comunidad universitaria y se efectúan en género masculino, cuando no hayan sido sustituido por términos genéricos, se entenderán hechas indistintamente en género femenino o masculino, según el sexo del titular que los desempeñe.