22-23

GRADO EN MATEMÁTICAS
CUARTO CURSO

GUÍA DE ESTUDIO PÚBLICA

AMPLIACIÓN DE TOPOLOGÍA

CÓDIGO 61024090

22-23

AMPLIACIÓN DE TOPOLOGÍA

CÓDIGO 61024090

ÍNDICE

Nombre de la asignatura	AMPLIACIÓN DE TOPOLOGÍA
Código	61024090
Curso académico	2022/2023
Departamento	MATEMÁTICAS FUNDAMENTALES
Título en que se imparte	GRADO EN MATEMÁTICAS
Curso	CUARTO CURSO
Periodo	SEMESTRE 2
Tipo	OPTATIVAS
Nº ETCS	5
Horas	125.0
Idiomas en que se imparte	CASTELLANO

PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN

La Topología es el estudio de los espacios topológicos, las aplicaciones continuas entre ellos, las propiedades topológicas, y, se ocupa también de estudiar si dos espacios topológicos dados son o no homeomorfos. Este último problema, en ocasiones, no es fácil de resolver. Además de los instrumentos que tiene la Topología General para su resolución, algunos de los cuales han sido tratados en la asignatura de Topología de este grado, existen otros métodos para resolver el mencionado problema, que son de naturaleza más bien algebraica. De estos métodos se ocupa la Topología Algebraica. En esta asignatura de Ampliación de Topología nos ocupamos de algunos conceptos y resultados de Topología Algebraica, no de tantos como desearíamos, ya que el número de créditos de la presente asignatura es limitado, pero sí de algunos de ellos que tienen gran importancia y estimamos deben ser conocido por los estudiantes del Grado en Matemáticas, o, al menos, por aquellos que opten por esta asignatura de Ampliación de Topología.

Así, entendemos que el estudiante debe conocer con cierta amplitud y profundidad la noción de grupo fundamental. Una noción prácticamente inseparable de la noción de grupo fundamental de un espacio topológico es la noción de espacios recubridores, por lo que también debe conocerse y ser objeto de estudio. Esta noción permite, entre otros, calcular el grupo fundamental de la circunferencia, considerada como subespacio topológico del Plano Euclídeo R^2. También permitirá, por ejemplo, determinar el grupo fundamental del toro, que es una de las superficies básicas más importantes en Topología, en Geometría, en el estudio de los Sistemas Dinámicos, y en otras ramas de las Matemáticas. Se estudian retracciones, puntos fijos, y se utilizan todos los métodos anteriores para dar una demostración del Teorema Fundamental del Álgebra, y de otros resultados tales como el Teorema de Borsuk-Ulam para la esfera bidimensional, entre otros. Se estudian nociones tales como retractos de deformación, tipo de homotopía, se prueba que el grupo fundamental es también un invariante del tipo de homotopía, y se calculan el grupo fundamental de la esfera n-dimensional, y los grupos fundamentales de algunas superficies compactas sencillas. Estos últimos grupos fundamentales permitirán distinguir entre los tipos topológicos de estas superficies, resolviéndose así, en algunos casos particulares relativamente sencillos pero muy importantes, el problema que exponíamos en el párrafo anterior del estudio de si dos espacios topológicos diferentes son o no homeomorfos.

Utilizando el grupo fundamental se podría estudiar importantes teoremas clásicos de la topología del Plano Euclídeo tales como el Teorema de Separación de Jordan, el Teorema de Separación General, el Lema de Borsuk, y el Teorema de Invariancia del Dominio. Estos resultados serían muy difíciles de demostrar si no dispusiéramos de un instrumento algebraico potente como es el grupo fundamental. En esta línea, se podría estudiar también el Teorema de la Curva de Jordan y algunas de sus aplicaciones, pero nuevamente por un problema de limitación del número de créditos de la asignatura, este estudio podría quedar como opción para aquellos estudiantes que sientan una gran curiosidad por estos temas y, además, dispongan de tiempo adicional que dedicarles.

Existe algún material sobre Teoría de Grupos que se refiere a Sumas Directas de Grupos Abelianos, Productos Libres de Grupos, Grupos Libres, y Generadores y Relaciones, que estará a disposición de aquellos estudiantes que no los conozcan, pero que no se considerará propiamente como material de esta asignatura, ya que su lugar natural sería en alguna asignatura de Álgebra (de hecho, actualmente, el equipo docente de esta asignatura entiende que algunos de los tópicos sobre Teoría de Grupos arriba enunciados se recogen efectivamente en alguna de las asignaturas de la materia de Álgebra de este Grado en Matemáticas, pero que tal vez otros no). Este material arriba enunciado sobre Teoría de Grupos se considera, por consiguiente, únicamente como material de lectura para los estudiantes que no lo hayan visto anteriormente, en la medida en que permite comprender algunas secciones posteriores que tratan del Teorema de Seifert y de Van Kampen, y algunas de sus aplicaciones al cálculo de grupos fundamentales de espacios concretos de dimensiones 1 y 2. El Teorema de Seifert-Van Kampen es un resultado que nos permite calcular grupos fundamentales de muchos espacios topológicos que sería prácticamente imposible calcular sin disponer de dicho teorema. Se trata de un teorema de la Topología Algebraica que relaciona el grupo fundamental de un espacio con los grupos fundamentales de dos abiertos que, conjuntamente, recubren dicho espacio, y con el grupo fundamental de la intersección de dichos abiertos, bajo ciertas condiciones. Existe una versión más general de este teorema para un recubrimiento del espacio ambiente por una cantidad arbitraria de conjuntos abiertos en lugar de tener únicamente dos conjuntos abiertos (junto con su intersección, naturalmente). Las aplicaciones más usuales del Teorema de Seifert-Van Kampen son el cálculo del grupo fundamental de una unión por un punto de circunferencias y el cálculo del grupo fundamental de espacios obtenidos suprimiendo una colección finita de puntos de una celda o disco bidimensional o de un plano euclídeo. Como veremos, esto conducirá a la posibilidad de estudiar el grupo fundamental de todos los tipos topológicos de superficies compactas.

Se utilizan los métodos hasta ahora aprendidos para estudiar los grupos fundamentales de todas las superficies compactas, el grupo de homología 1-dimensional de dichas superficies compactas, y, utilizando las técnicas conocidas como “cortar y pegar”, se enuncia y prueba el Teorema de Clasificación de Superficies Compactas (y Conexas, naturalmente). Este es un resultado muy importante en Topología, que está íntimamente relacionado también con el estudio del grupo fundamental, por lo que nos parece óptimo estudiarlo aquí con una gran profundidad. La importancia del estudio en profundidad de las superficies compactas no sólo radica en que éstas son utilizadas muy frecuentemente como ejemplos de espacios en la Topología Algebraica, sino que, además, se debe a que los únicos teoremas de clasificación de variedades n-dimensionales compactas y conexas cuyas demostraciones son relativamente elementales y que son completos en el sentido de que permiten clasificar todas las variedades compactas y conexas de dimensión n utilizando solamente unos pocos y sencillos invariantes se conocen para n = 1 y para n = 2. A partir de la dimensión n = 3 se complican extraordinariamente las cosas. Por estos motivos es tan importante, en un primer curso sobre Topología Algebraica, llevar a cabo un estudio en profundidad del Teorema de Clasificación de Superficies Compactas y Conexas.

Otros instrumentos de naturaleza algebraica utilizados para estudiar el problema de la clasificación topológica de espacios topológicos son los grupos de homología. Estos grupos de homología se pueden calcular mediante un sencillo algoritmo algebraico cuando se trata de grupos de homología de ciertos espacios que tienen una cierta estructura geométrica, como serían los complejos simpliciales, los complejos celulares, o bien unos espacios llamados CW-complejos. Por el mencionado “problema” de la limitación del número de créditos que tiene asignados esta asignatura, en ella nos limitaremos al estudio de los grupos de homología de un complejo simplicial orientado, y, en consecuencia, de los grupos de homología de los poliedros compactos. Se darán, no obstante, indicaciones para que todo estudiante interesado en profundizar en el tema de los grupos de homología y de cohomología pueda continuar sus lecturas y sus estudios en otros textos de nivel superior al de las obras aquí utilizadas. Estos grupos de homología tienen la importante propiedad de que si dos espacios, en nuestro caso, dos poliedros compactos son homeomorfos, entonces sus grupos de homología q-dimensionales son grupos isomorfos para todo número entero no negativo q. De manera que pueden ser utilizados en muchos casos para distinguir tipos topológicos distintos de espacios que admitan una estructura geométrica de poliedros compactos. Esto hace referencia al problema fundamental de la Topología que enunciábamos al comienzo de esta exposición: el problema de estudiar si dos espacios topológicos dados son o no son homeomorfos. Por otra parte, si dos poliedros compactos son del mismo tipo de homotopía, que es una noción que ha sido introducida en esta asignatura también, entonces sus grupos de homología en cada dimensión q son asimismo isomorfos, es decir, que los grupos de homología de los poliedros compactos son no solamente invariantes topológicos, sino también invariantes homotópicos o invariantes del tipo de homotopía. Recordemos aquí que el grupo fundamental es también un invariante del tipo de homotopía. En general, podemos definir la Topología Algebraica precisamente como el estudio de todos aquellos métodos y estructuras algebraicas asociadas a espacios topológicos, que son invariantes del tipo de homotopía de dichos espacios topológicos. Cuantas más estructuras diferentes de este tipo, más nos iremos aproximando a la resolución del problema fundamental de la clasificación topológica de los espacios topológicos. En esta asignatura de Ampliación de Topología, en resumen, se estudian dos importantes invariantes topológicos, que son el grupo fundamental y los grupos de homología simplicial, y se estudian sus aplicaciones, generalmente encaminadas a avanzar significativamente en la resolución del problema de clasificación de espacios topológicos.

La presente asignatura pertenece a la materia de Geometría y Topología. Está situada en el cuarto curso del grado y dentro de éste en el segundo semestre. Se trata de una asignatura optativa. La asignatura es de 5 créditos ECTS, lo que supone 125 horas de trabajo / estudio por parte del estudiante.

REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR LA ASIGNATURA

El estudiante debería conocer y manejar previamente los espacios topológicos, y muy especialmente aquellos que son subespacios de un Espacio Euclídeo de dimensión finita y aquellos que pueden describirse como productos de colecciones finitas de subespacios de Espacios Euclídeos finito dimensionales.

Además, sería deseable que todo estudiante de esta asignatura tuviera una madurez matemática suficiente como para ser capaz de representar en la recta real, en el Plano Euclídeo, y en el Espacio Euclídeo Tridimensional, subconjuntos definidos por un número finito pequeño de ecuaciones y/o inecuaciones.

Por guardar cierta coherencia y además por los motivos antes señalados, sería recomendable que el estudiante que elija esta asignatura optativa haya cursado (y superado) la asignatura de *Topología* de tercer curso, primer semestre, de este grado.

EQUIPO DOCENTE

Nombre y Apellidos	JOSE LUIS ESTEVEZ BALEA (Coordinador de asignatura)
Correo Electrónico	jestevez@mat.uned.es
Teléfono	91398-7239
Facultad	FACULTAD DE CIENCIAS
Departamento	MATEMÁTICAS FUNDAMENTALES

HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE

José Luis Estévez Balea
jestevez@mat.uned.es
Miércoles de 10:00 a 14:00 h.
Departamento de Matemáticas Fundamentales. Juan del Rosal 10, 28040 Madrid
Despacho 2.91

TUTORIZACIÓN EN CENTROS ASOCIADOS

COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE

Competencias generales:

CG1	Iniciativa y motivación
CG2	Planificación y organización
CG3	Manejo adecuado del tiempo
CG4	Análisis y Síntesis
CG5	Aplicación de los conocimientos a la práctica
CG6	Razonamiento crítico
CG7	Toma de decisiones
CG8	Seguimiento, monitorización y evaluación del trabajo propio o de otros
CG9	Motivación por la calidad
CG10	Comunicación y expresión escrita
CG11	Comunicación y expresión oral
CG12	Comunicación y expresión en otras lenguas (con especial énfasis en el inglés)
CG13	Comunicación y expresión matemática, científica y tecnológica
CG14	Competencia en el uso de las TIC
CG15	Competencia en la búsqueda de información relevante
CG16	Competencia en la gestión y organización de la información
CG17	Competencia en la recolección de datos, el manejo de bases de datos y su presentación
CG18	Habilidad para coordinarse con el trabajo de otros
CG19	Compromiso ético (por ejemplo en la realización de trabajos sin plagios, etc.)

CG20	Ética profesional (esta última abarca también la ética como investigador)

Competencias específicas:

CED1	Comprensión de los conceptos básicos y familiaridad con los elementos fundamentales para el estudio de las Matemáticas superiores
CED2	Destreza en el razonamiento cuantitativo, basado en los conocimientos adquiridos
CEP1	Habilidad para formular problemas procedentes de un entorno profesional, en el lenguaje matemático, de manera que faciliten su análisis y resolución
CEP4	Resolución de problemas
CEA1	Destreza en el razonamiento y capacidad para utilizar sus distintos tipos, fundamentalmente por deducción, inducción y analogía
CEA2	Capacidad para tratar problemas matemáticos desde diferentes planteamientos y su formulación correcta en lenguaje matemático, de manera que faciliten su análisis y resolución. Se incluye en esta competencia la representación gráfica y la aproximación geométrica
CEA3	Habilidad para crear y desarrollar argumentos lógicos, con clara identificación de las hipótesis y las conclusiones
CEA4	Habilidad para detectar inconsistencias de razonamiento ya sea de forma teórica o práctica mediante la búsqueda de contraejemplos

CEA7	Habilidad para presentar el razonamiento matemático y sus conclusiones de manera clara y precisa, de forma apropiada a la audiencia a la que se dirige, tanto en la forma oral como escrita
CE1	Razonamiento crítico, capacidad de evaluar trabajos propios y ajenos

RESULTADOS DE APRENDIZAJE

-Comprender y manejar el concepto de *n* - variedad.
-Conocer ejemplos de *n* - variedades, especialmente en el caso $n = 2$ (superficies).
-Comprender el concepto de orientabilidad.
-Conocer ejemplos de variedades orientables y de variedades no orientables.
-Estudiar con detalle el toro y el plano proyectivo.
-Conocer y manejar la noción de suma conexa de dos superficies.
-Conocer algunos ejemplos de sumas conexas de superficies sencillas.
-Conocer las propiedades de la suma conexa de superficies.
-Comprender el enunciado del teorema de clasificación de superficies compactas.
-Conocer lo que se entiende por forma canónica de una suma conexa de toros o de planos proyectivos.
-Conocer y manejar la noción de triangulación de una superficie compacta.
-Conocer la existencia de un resultado que asegura que cada superficie compacta admite una triangulación.
-Conocer las propiedades de las triangulaciones de superficies compactas.
-Comprender la demostración del teorema de clasificación de superficies compactas; esta demostración se articula en cinco conocidos pasos o etapas.
-Conocer una nueva formulación del teorema de clasificación de superficies compactas.
-Aplicar este teorema a diversos casos particulares.
-Conocer la noción de característica de Euler de una superficie triangulable.
-Conocer la invariancia de la característica de Euler respecto de la triangulación elegida de la superficie.
-Conocer la relación entre las características de Euler de dos superficies y de su suma conexa.
-Conocer los valores de la característica de Euler de las diferentes superficies compactas.
-Conocer el resultado que caracteriza la homeomorfía de dos superficies compactas en función de sus características de Euler y de su orientabilidad o no orientabilidad.
-Conocer la noción de género de una superficie compacta y su relación con la característica de Euler.
-Conocer los conceptos de camino en un espacio topológico, de espacio conexo por

caminos, de componentes conexas por caminos de un espacio, y de espacios localmente conexos por caminos.
-Conocer la noción de caminos equivalentes en un espacio.
-Conocer la noción de producto de dos caminos en un espacio.
-Conocer la noción de clase de equivalencia de caminos.
-Conocer la noción de multiplicación de clases de equivalencia de caminos y sus propiedades.
-Conocer la noción de camino cerrado o lazo en un espacio.
-Conocer la noción de grupo fundamental o grupo de Poincaré de un espacio X en un punto base x.
-Conocer y manejar el resultado que asegura que si un espacio es conexo por caminos, entonces sus grupos fundamentales en dos puntos base cualesquiera son isomorfos.
-Conocer la noción de homomorfismo inducido por una aplicación continua entre los grupos fundamentales de los espacios involucrados. Conocer sus propiedades.
-Conocer y manejar la noción de aplicaciones continuas homotópicas y nociones relacionadas, tales como la noción de clases de homotopía de aplicaciones.
-Conocer el resultado que asegura que los homomorfismos inducidos por dos aplicaciones continuas homotópicas relativamente al punto base coinciden.
-Conocer las nociones de retracción y de retracto, y sus propiedades.
-Conocer la noción de retracto de deformación, y sus propiedades.
-Conocer la noción de espacio contráctil o contractible, y ejemplos.
-Conocer la noción de espacio simplemente conexo, y ejemplos.
-Conocer el resultado que asegura que el grupo fundamental de la circunferencia unidad del plano euclídeo es un grupo cíclico infinito y que la clase del camino cerrado que recorre la circunferencia exactamente una vez es un generador de dicho grupo. Comprender la demostración de este resultado.
-Comprender el enunciado y la demostración del teorema del punto fijo de Brouwer en dimensión 2.
-Estudiar el grupo fundamental del producto topológico de espacios.
-Estudiar los espacios denominados "discos cerrados" y "discos abiertos", y algunas de sus propiedades elementales.
-Estudiar el resultado que establece la equivalencia entre la extendibilidad a un disco cerrado de una aplicación continua definida en su frontera y la equivalencia al lazo constante en el punto base de un determinado lazo definido a partir de dicha aplicación continua.
-Estudiar el resultado que garantiza la conmutatividad de un cierto diagrama de homomorfismos construido a partir de dos aplicaciones continuas homotópicas.
-Conocer la noción de espacios del mismo tipo de homotopía y de equivalencia homotópica.
-Estudiar el resultado que asegura que cada equivalencia homotópica induce isomorfismos entre los grupos fundamentales de los espacios involucrados.
-Conocer los enunciados y demostraciones de las diferentes formulaciones del teorema de Seifert y Van Kampen. Conocer y manejar las primeras aplicaciones de dicho teorema.
-Aplicar el teorema de Seifert y Van Kampen para obtener los grupos fundamentales de ciertos espacios tales como la unión de *n* circunferencias con un único punto en común y los

espacios obtenidos al suprimir *n* puntos de un disco abierto o cerrado o del plano euclídeo.
-Aplicar el teorema de Seifert y Van Kampen para determinar los grupos fundamentales de las diferentes superficies compactas y conexas (toro, plano proyectivo, suma conexa de *n* toros y suma conexa de *n* planos proyectivos), así como los grupos fundamentales abelianizados.
-Conocer y manejar la noción de espacio recubridor y nociones elementales relacionadas, y ejemplos.
-Conocer la noción de homeomorfismo local, y su relación con los espacios recubridores.
-Conocer las propiedades inmediatas de los espacios recubridores. Conocer los problemas más importantes de la teoría de espacios recubridores.
-Conocer los resultados sobre elevación de caminos y de homotopías a un espacio recubridor.
-Conocer la naturaleza del homomorfismo inducido por una proyección recubridora.
-Conocer el resultado sobre elevación de una aplicación continua a un espacio recubridor.
-Conocer las nociones de homomorfismo, isomorfismo y automorfismo para espacios recubridores, así como sus propiedades y condiciones para su existencia.
-Estudiar la acción del grupo fundamental de (X, x), sobre la fibra $p^{-1}(x)$ y sus consecuencias.
-Conocer la noción de espacio recubridor regular y sus propiedades.
-Caracterizar la regularidad de un espacio recubridor mediante la actuación de un grupo de automorfismos sobre la fibra.
-Conocer las condiciones bajo las que la proyección natural de un espacio sobre su espacio cociente respecto de la acción de un grupo propiamente discontinuo de homeomorfismos es una proyección recubridora. Ejemplos.
-Conocer el teorema de Borsuk - Ulam para la *2* - esfera en el espacio euclídeo tridimensional, como aplicación de los espacios recubridores, y sus consecuencias.
-Comprender el enunciado y la demostración del teorema de existencia de espacios recubridores.
-Conocer la noción de grafo, ejemplos y propiedades elementales.
-Conocer la propiedad de que todo grafo es localmente contráctil.
-Conocer la noción de árbol, sus propiedades, y, en particular, la de que todo árbol es contráctil.
-Estudiar los árboles maximales de un grafo y sus propiedades.
-Determinar el grupo fundamental de un grafo conexo como grupo libre, identificando un sistema de generadores de dicho grupo libre.
-Conocer la noción de característica de Euler de un grafo finito y estudiar sus propiedades.
--Conocer el enunciado y demostración del resultado que establece que todo espacio recubridor de un grafo conexo es un grafo.
-Establecer los resultados de teoría de grupos que se derivan del resultado anterior, y en particular, que todo subgrupo de un grupo libre es un grupo libre.

-Leer y comprender los resultados que no se conozcan acerca del espacio afín y de las coordenadas baricéntricas necesarios para entender las nociones y resultados sobre

Símplices y Complejos Simpliciales Geométricos que se estudian después en esta asignatura de Ampliación de Topología.
-Conocer y manejar las nociones y resultados relacionados con los Símplices Rectilíneos.
-Conocer y manejar las nociones y resultados relacionados con los Complejos Simpliciales Geométricos Finitos y Aplicaciones Simpliciales entre ellos.
-Conocer y manejar las nociones y resultados relacionados con los Poliedros Geométricos.
-Conocer y manejar las nociones y resultados relacionados con los Complejos Simpliciales Geométricos Orientados.
-Conocer y manejar las nociones y resultados relacionados con los Grupos de Cadenas Orientadas.
-Conocer y manejar las nociones y resultados relacionados con el Homomorfismo Borde.
-Conocer y manejar las nociones y resultados relacionados con los Grupos de Homología de un Complejo Simplicial Geométrico Orientado.
-Conocer y manejar las nociones y resultados relacionados con las Componentes Conexas de un Complejo, y con los Complejos Conexos.
-Conocer y manejar la relación existente entre la Conexión de un Complejo y su Grupo de Homología de dimensión cero.
-Conocer y manejar la Fórmula de Euler-Poincaré para Complejos Simpliciales.
-Conocer y manejar las nociones y resultados relacionados con los Homomorfismos de los Grupos de Homología inducidos por una Aplicación Simplicial.
-Conocer y manejar las nociones y resultados relacionados con la Subdivisión Baricéntrica de un Complejo Simplicial.
-Conocer y manejar las nociones y resultados relacionados con los Homomorfismos inducidos por las Aplicaciones Continuas entre Poliedros Geométricos.
-Conocer y manejar las nociones y resultados relacionados con los Poliedros Curvilíneos Compactos.
-Conocer y manejar las nociones y resultados relativos a la Invariancia por Homeomorfismos de los Grupos de Homología de Poliedros (Compactos) así como a la Invariancia Homotópica de dichos Grupos de Homología.

CONTENIDOS

1. Variedades bi-dimensionales. (Tema) Capítulo 1 del texto básico de MASSEY .

2. El grupo fundamental. (Tema) Capítulo 2 del texto básico de MASSEY.

3. Teorema de Seifert y Van Kampen sobre el grupo fundamental de la unión de dos espacios. Aplicaciones. (Tema) Capítulo 4 del texto básico de MASSEY.

4. Espacios recubridores. (Tema) Capítulo 5 del texto básico de MASSEY.

5. El grupo fundamental y espacios recubridores de un grafo. Aplicaciones a la teoría de grupos. (Tema) Capítulo 6 del texto básico de MASSEY.

6. Grupos de homología simplicial de un poliedro compacto. (Tema) Unidad Didáctica 6 del texto básico de ARREGUI.

METODOLOGÍA

El plan de trabajo se referirá tanto al texto base *Introducción a la Topología Algebraica* de William S. Massey (Reverté, Barcelona, 1972) , como al texto básico *Topología* de Joaquín Arregui (UNED, Madrid, colección Unidades Didácticas).

En ellos se fijan tanto los contenidos para el estudio de esta asignatura como la notación y terminología en general.
La notación puede variar de unos libros de Topología a otros.
En el curso virtual se concretarán orientaciones para el estudio de los temas, se indicará la duración (aproximada) del tiempo que el estudiante debe dedicar a cada tema, capítulo o sección, y se harán, en su caso, algunos comentarios acerca de los ejercicios.
Gran parte de la formación recae sobre el trabajo personal del estudiante con la bibliografía recomendada, tanto la básica como la complementaria, siempre contando con ayuda del profesor de la asignatura de la Sede Central de la UNED, los tutores y las tecnologías que la UNED pone a disposición de todos como ayuda para la preparación de las asignaturas.
En el curso virtual existen diferentes foros:
-Foro de consultas generales: en él, se plantearán preferentemente cuestiones de carácter general sobre la asignatura, de gestión, de procedimientos de evaluación, etc.
-Foro de alumnos: Este foro no está tutelado por el profesor, por lo que el profesor no se responsabilizará de los contenidos del mismo. Se utiliza para que los estudiantes intercambien entre sí preguntas y/o información siempre respecto de temas de la asignatura o al menos del curso o de la universidad.
-Un foro por cada uno de los Temas, donde se consultarán las dudas de esa parte de la asignatura.
Un consejo acerca de los ejercicios. Cuando se sugiere un ejercicio para afianzar la teoría, se está proponiendo que el estudiante lea el enunciado y lo intente resolver por sus propios medios sin leer la solución directamente. Esto se debe a que el aprendizaje no

solamente procede del estudio sino también de la reflexión sobre los ejercicios y problemas y asimismo de la búsqueda de respuestas y de razonamientos para probar una conclusión. Aunque el estudiante realice varios intentos de solución y no llegue a completar ésta, el proceso realizado es muy importante para la comprensión de los contenidos de la asignatura. El hecho de leer una solución correcta y aprendérsela de memoria, puede resultar menos interesante que llevar a cabo diversos intentos de resolución del problema. El estudiante no debe pensar que es suficiente con alcanzar unos conocimientos teóricos, sino que debe "hacer suyo" todo lo que estudia, sabiendo que las experiencias y el bagaje adquiridos en el sentido antes explicado van a marcar un hito fundamental en el estudio de su carrera.

SISTEMA DE EVALUACIÓN

TIPO DE PRUEBA PRESENCIAL

Tipo de examen	Examen de desarrollo
Preguntas desarrollo	4
Duración del examen	120 (minutos)
Material permitido en el examen	

Ninguno

Criterios de evaluación

Se valorarán:

-la presentación,

-los conocimientos adquiridos y demostrados en el examen que tengan relación con las preguntas del mismo,

-las destrezas adquiridas que se reflejen en la resolución de los ejercicios y cuestiones del examen,

-las habilidades para aplicar los conocimientos teóricos a las situaciones particulares propuestas en las preguntas del examen,

-las gráficas presentadas como apoyo a las soluciones de las preguntas del examen,

-la claridad de ideas demostrada a lo largo del desarrollo de las soluciones de las preguntas del examen.

% del examen sobre la nota final	80
Nota del examen para aprobar sin PEC	5
Nota máxima que aporta el examen a la calificación final sin PEC	10
Nota mínima en el examen para sumar la PEC	4
Comentarios y observaciones	

PRUEBAS DE EVALUACIÓN CONTINUA (PEC)

¿Hay PEC? Si

Descripción

Se propondrán tres o cuatro ejercicios y/o cuestiones que el estudiante desarrollará y, si así lo estima conveniente, presentará a través del curso virtual, y en formato pdf. Las soluciones de dichos ejercicios y/o cuestiones podrán estar escritas a mano o utilizando un tratamiento de textos, pero, en general, la elección de una de estas dos opciones no influirá en la calificación otorgada por el profesor.

Criterios de evaluación

Se valorarán:
-la presentación de la prueba,
-los conocimientos adquiridos y demostrados en la prueba de evaluación continua que tengan relación con las preguntas de la misma,
-las destrezas adquiridas que se reflejen en la resolución de los ejercicios y cuestiones de la prueba de evaluación continua,
-las habilidades para aplicar los conocimientos teóricos a las situaciones particulares propuestas en las preguntas de la prueba de evaluación continua,
-las gráficas presentadas como apoyo a las soluciones de las preguntas de la prueba de evaluación continua,
-la claridad de ideas demostrada a lo largo del desarrollo de las soluciones de las preguntas de la prueba de evaluación continua.

Ponderación de la PEC en la nota final 20%

Fecha aproximada de entrega PEC/ mediados de abril

Comentarios y observaciones

OTRAS ACTIVIDADES EVALUABLES

¿Hay otra/s actividad/es evaluable/s? No

Descripción

Criterios de evaluación

Ponderación en la nota final 0

Fecha aproximada de entrega

Comentarios y observaciones

¿CÓMO SE OBTIENE LA NOTA FINAL?

Cuando se alcancen los mínimos antes enunciados, la nota final se obtendrá mediante la fórmula:

0.8 CPP + 0.2 CPEC, si el estudiante ha realizado la Prueba de Evaluación Continua,
CPP, si el estudiante no ha realizado la Prueba de Evaluación Continua,
siendo:
CPP la calificación del examen (o Prueba Presencial)
CPEC la calificación de la Prueba de Evaluación Continua.

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

ISBN(13):9788429150919
Título:INTRODUCCIÓN A LA TOPOLOGÍA ALGEBRAICA
Autor/es:Massey, W ;
Editorial:REVERTÉ

ISBN(13):9788436216745
Título:TOPOLOGÍA (1ª)
Autor/es:Arregui Fernández, Joaquín ;
Editorial:U.N.E.D.

Textos- Base:
Massey, W. Introducción a la Topología Algebraica. Ed. Reverté. Barcelona. 1973.

Arregui, J. Topología. Unidades Didácticas. UNED. Madrid, 1984.

El estudiante seguirá la notación y la terminología de los libros de texto básicos en su estudio, ya que, según hemos indicado, éstas pueden variar de un libro a otro.
Las secciones de los libros de texto básicos están ilustradas y dotadas de un buen número de ejemplos para facilitar la comprensión de las nociones y resultados básicos a los lectores del mismo, y, en este caso, a los estudiantes de esta asignatura de Ampliación de Topología. Al final de todas o de casi todas las secciones aparece una relación de ejercicios propuestos que deberán ser realizados por los estudiantes para comprobar su adquisición de conocimientos relativos a la sección, y, en muchos casos, como repaso de nociones y/o resultados ya adquiridos o ya conocidos de otras secciones anteriores. En el curso virtual se darán algunos comentarios acerca de los ejercicios concretos. En cualquier caso, cada estudiante deberá intentar seriamente la resolución de los ejercicios para adquirir una

experiencia específica relacionada con los tópicos que trata esta asignatura.

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

ISBN(13):9788416466696
Título:AMPLIACIÓN DE TOPOLOGÍA. EJERCICIOS DE TOPOLOGÍA ALGEBRAICA (primera)
Autor/es:Víctor Fernández Laguna ;
Editorial:Sanz y Torres, S. L.

Fernández Laguna, V. Ampliación de Topología. Ejercicios de Topología Algebraica. Editorial Sanz y Torres. Madrid, 2018.

RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA

Curso Virtual. La información sobre la asignatura aparecerá en el curso virtual

---

IGUALDAD DE GÉNERO

En coherencia con el valor asumido de la igualdad de género, todas las denominaciones que en esta Guía hacen referencia a órganos de gobierno unipersonales, de representación, o miembros de la comunidad universitaria y se efectúan en género masculino, cuando no se hayan sustituido por términos genéricos, se entenderán hechas indistintamente en género femenino o masculino, según el sexo del titular que los desempeñe.